Universidad Nacional de San Luis

Facultad de Ciencias Físico, Matemáticas y Naturales

PRÁCTICOS COMPLEMENTARIOS

DEL TEXTO

MATEMÁTICA

PARA INGRESANTES

Alejandra Azar
María Emilce Barrozo
María Gisela Dorzán
Rosa Alejandra Lorenzo
Nélida Haydée Pérez

- 2010 -

INTRODUCCIÓN

Este cuadernillo tiene como objetivo ofrecer ejercitación complementaria del texto **MATEMÁTICAS para ingresantes**. *Varios de los problemas presentados han sido tomados en las evaluaciones diagnósticas de Matemáticas de la Facultad de Ciencias Físico, Matemáticas y Naturales.*
Los conocimientos requeridos para resolver la ejercitación propuesta están a nivel de la escuela secundaria, no obstante señalamos que para resolver varios de los problemas se requiere ser capaz de situar y relacionar los conocimientos.

El cuadernillo consta de cuatro prácticos con sus respuestas:

- *NÚMEROS*
- *EXPRESIONES ALGEGRAICAS Y ECUACIONES*
- *GEOMETRÍA Y RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS*
- *FUNCIONES*

Además una sección MISCELÁNEA DE PROBLEMAS RESUELTOS.

El quehacer matemático consiste en gran medida en resolver situaciones problemáticas, las sugerencias dadas en el capítulo 2 del libro debes tenerlas en cuenta. Recuerda que la lectura comprensiva es un elemento imprescindible para la solución de problemas; interpretación del texto y éxito en la resolución van de la mano.
Esperamos que esta colección de ejercicios y problemas sirvan para reafirmar conocimientos y verificar la comprensión de los temas estudiados.
Agradecemos a todos los colegas que contribuyeron con problemas para confeccionar estos prácticos complementarios.

LAS AUTORAS

1-Clasificar cada uno de los siguientes números en las categorías: Natural, Entero, Racional, Irracional, Real ó ninguno de los conjuntos numéricos antes mencionados.
Marcar con una cruz (X) en la casilla que corresponda (puede haber más de una cruz por fila).

	Natural	Entero	Racional	Irracional	Real	Ninguno de los anteriores
-5						
$\frac{3}{5}$						
3π						
$-\frac{1}{4}$						
6,6						
0						
$\sqrt{7}$						
$\sqrt{-4}$						
$0{,}3567\overset{\frown}{2}$						
$\sqrt{9}$						
$\frac{-18}{7}$						

2- Sean $x = -50 \; y \; a = 10$ calcular el valor de la siguiente expresión $\dfrac{x}{x-a} + \dfrac{a}{a-x}$.

3- ¿Qué valor se obtiene al sustituir $a = 3.005 \cdot 10^{-3}$ y $x = -8.3 \cdot 10^{4}$ en la expresión $\dfrac{x-a}{a-x} + \dfrac{x^2 - a^2}{a^2 - x^2}$?

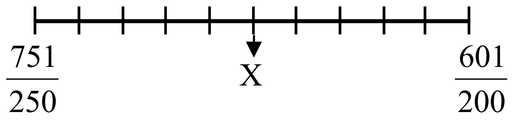
4- Calcular el resultado de la operación $\dfrac{1 - \dfrac{1}{1-2^{-2}}}{1 - \dfrac{1}{1-2^{-4}}}$.

5- Los valores de *x* e *y* que se obtienen al resolver $2 = 1 + \dfrac{1}{x + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{2}}}$ $\qquad y = \dfrac{1}{x + \dfrac{1}{3}}$

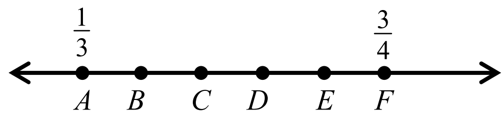
Son:

A) $x = \frac{1}{3}; \quad y = \frac{3}{2}$ B) $x = 2; \quad y = \frac{3}{7}$ C) $x = \frac{1}{3}; \quad y = \frac{2}{3}$ D) $x = -\frac{1}{2}; \quad y = -\frac{5}{3}$

6- Determinar el número que representa X en el siguiente segmento de recta numérica.



7-Los puntos de A a F se encuentran a la misma distancia uno del otro sobre la recta numérica. El punto A representa el número $\frac{1}{3}$ y el punto F el número $\frac{3}{4}$.
Entonces la fracción que representa al punto E, es:



A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{12}$ D) $\frac{5}{3}$

8-Sean a y x números enteros positivos. La expresión que representa a un número entero es:

A) $\left(x^{a}\right)^{-2}$ B) $\frac{1}{x^{-a}}$ C) x^{-a} D) $\frac{2}{x^{a}}$

9-Calcular el valor de $\frac{|a|+|a-b|-|b|}{\left||a|-|b|\right|}$ sabiendo que $a=-10$ y $b=20$.

10- El resultado de la operación $\dfrac{\sqrt[3]{-\frac{8}{9}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{3}+\frac{1}{46}\cdot 2.0\hat{4}}-(0.8-1)\div 3}{0.\hat{5}-\left(1+\frac{1}{2}\right)^{-2}}$ es:

A) $-\frac{5}{9}$ B) 7 C) $-\frac{31}{5}$ D) -5

11- Un poste tiene $\frac{2}{7}$ de su longitud pintado de rojo, $\frac{2}{5}$ del resto pintado de azul, y restan por pintar 6 m. ¿Cuál es la longitud del poste?

12- Hallar el valor exacto de la expresión: $\sqrt{\dfrac{\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\right)^{-2}\cdot 4^{5}\cdot\frac{1}{8}\cdot 2^{7}}{\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{16}\right)^{-1}\right)^{2}}}$

13- Un patio mide 9,30 metros por 4,20 metros. Se desea cubrir con baldosas cuadradas de piedra laja del mayor tamaño posible para que tanto a lo largo como a lo ancho quepa un número entero de ellas.
a) ¿De qué tamaño se debe pedir que corten las baldosas?
b) ¿Cuántas se necesitan para cubrir todo el patio?

14- Determinar si las siguientes afirmaciones son **V**erdaderas o **F**alsas según corresponda. Justificar en cada caso.

I) El número $\frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{2}}$ es racional.	
II) La expresión como fracción del número decimal $0,\overline{27}$ es $\frac{3}{11}$.	
III) $a = \sqrt{(-75)^2}$, entonces a es un número entero negativo.	
IV) Si $\frac{a}{b}$ es un número racional con expresión decimal finita (o sea es exacto), entonces, también $\frac{a}{3b}$ es un número racional con expresión decimal finita.	
V) Todo número real tiene inverso.	
VI) $\left(\sqrt{6}-\sqrt{7}\right)^2 = \left(\sqrt{6}\right)^2 - \left(\sqrt{7}\right)^2$	

15-Una pelota pierde en cada rebote $\frac{2}{5}$ de la altura a la que llegó en el rebote anterior. ¿Qué fracción de la altura inicial, desde la que cayó, alcanza dos rebotes después?

16- En una fábrica se hacen, en una hora, 1260 botones de un cierto tipo y se agrupan según los colores en cuatro clases. Completar el siguiente cuadro:

1260 botones	partes	cantidad	porcentaje
Negros	$\frac{2}{5}$	…………	…………
Blancos	$\frac{2}{9}$	…………	…………
Rojos	$\frac{1}{9}$	…………	…………
Colores varios	……	…………	…………

17-Al racionalizar el denominador de la expresión $\frac{4\sqrt{5}}{2\sqrt{10}+6\sqrt{2}}$ se obtiene:

A) $\frac{\sqrt{10}\left(3-\sqrt{5}\right)}{4}$ B) $-\frac{\sqrt{5}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{10}\left(\sqrt{5}-3\right)}{4}$ D) $\frac{2\sqrt{5}\left(\sqrt{10}-3\sqrt{2}\right)}{8}$

18-Sean x e y dos números positivos distintos. Al racionalizar el denominador de la fracción $\frac{2x}{x+\sqrt{xy}}$ se obtiene:

A) $\frac{2\left(x-\sqrt{xy}\right)}{x-y}$ B) $\frac{2\left(1-\sqrt{xy}\right)}{1-xy}$ C) $\frac{2\left(x-\sqrt{xy}\right)}{x(1-y)}$ D) $\frac{2}{x-y}$

19-Suponga que el volumen de la tierra es de: $5\times10^{14}\ m^3$ y que el de una bacteria es de $2{,}5\times10^{-6}\ m^3$. Si la tierra pudiese llenarse completamente de bacterias, ¿Cuántas de ellas contendría?

20- Uno de los números primos más grandes que se conoce es $2^{44497}-1$.
Para comprobar que este número era primo, con una computadora bastante rápida se tardó 60 días. Esta máquina realizaba 2×10^{11} cálculos por segundo.
Usar notación científica para expresar el número total de cálculos que realizó la computadora.

21-Si la velocidad de crecimiento del cabello humano es de $1{,}6\cdot10^{-8}$ *km / h* ¿Cuántos *cm.* crece el pelo en 30 días?

A) $1{,}152\cdot10^{-5}$ *cm* B) 1, 152 *cm* C) $1{,}152\cdot10^{-1}$ *cm* D) 0, 01152 *cm*

22-Una compañía de colectivos de larga distancia tiene servicios hacia San Francisco cada 4 horas, hacia La Florida cada 6 horas y hacia Merlo cada 9 horas. Si hoy es lunes y salen juntos a las 6 horas, ¿cuándo volverán a salir juntos?

23-Se compran 10 kg. de duraznos para hacer mermelada. Al descarozarlos se pierde un quinto de su peso. Lo que queda se pone a cocinar con una cantidad igual de azúcar. Durante la cocción la mezcla pierde un cuarto de su peso. ¿Cuantos kilos de mermelada se obtienen finalmente?

24-Un hilo de algodón de 10 metros de longitud se lava dos veces. En el primer lavado encoge un 15% y en el segundo un 10%. ¿Qué longitud tendrá después del segundo lavado?

25-Una mercadería encareció un 10% y luego abarató en un 10%. ¿Cuándo era más barata, antes de encarecerla o después de abaratarla?

26- Una mercadería se abarató un 10% y luego se encareció en un 10%. ¿Cuándo era más barata, antes de abaratarla o después de encarecerla?

27- Una persona gasta el 20% del dinero que tiene, luego el 30% de lo que le queda y por último gasta el 40% del nuevo resto, quedándose con tan sólo $33600 ¿Cuánto tenía al principio?

28- Un comerciante compra un artículo de $8000. ¿A qué precio debe venderlo para que rebajando el 20% de este precio aún gane el 30% del precio de costo?

29-El precio de una vivienda subió un 8% hace dos años, un 15% el año pasado y un 10% durante este año. ¿Cuál ha sido el porcentaje de aumento en los tres últimos años?

30- A una señora se le cayó al suelo la cesta de los huevos, y alguien quería saber cuántos huevos había en la cesta. - ¿Cuantos huevos llevaba? - le preguntaron. - No lo se, recuerdo que al contarlos en grupos de 2, 3, 4 y 5, sobraban 1, 2, 3 y 4 respectivamente.

31- Un granjero que tiene un rebaño de ovejas muy numeroso descubre una gran singularidad con respecto a su número. Si las cuenta de dos en dos, le sobra 1. Lo mismo ocurre cuando las cuenta de 3 en 3, de 4 en 4, etc.... hasta de 10 en 10. ¿Cuál es el rebaño más pequeño que se ajusta a estas condiciones?

RESPUESTAS

1)

	Natural	Entero	Racional	Irracional	Real	Ninguno de los anteriores
-5		X	X		X	
$\frac{3}{5}$			X		X	
3π				X	X	
$-\frac{1}{4}$			X		X	
6,6			X		X	
0		X	X		X	
$\sqrt{7}$				X	X	
$\sqrt{-4}$						X
$0,3567\overset{\frown}{2}$			X		X	
$\sqrt{9}$	X	X	X		X	
$\frac{-18}{7}$			X		X	

2) 1; **3)** -2; **4)** 5; **5)** A; **6)** $\frac{6009}{2}10^{-3}$; **7)** B; **8)** B; **9)** 2; **10)** D; **11)** 14 *m*; **12)** 2^8 ; **13a)** 30 *cm* de lado; **13b)** 434 baldosas;

14 I) Verdadero; **14 II)** Verdadero; **14 III)** Falso; **14 IV)** Falso; **14 V)** Falso; **14 VI)** Falso; **15)** $\frac{9}{25}h$;

16)

1260 botones	partes	cantidad	porcentaje
Negros	$\frac{2}{5}$	504	40%
Blancos	$\frac{2}{9}$	280	$22,\overset{\frown}{2}\%$
Rojos	$\frac{1}{9}$	140	$11,\overset{\frown}{1}\%$
Colores varios	$\frac{4}{15}$	336	$26,\overset{\frown}{6}\%$

17) A; **18)** A; **19)** 2×10^{20} bacterias; **20)** $1,036\times10^{18}$ cálculos; **21)** B; **22)** Martes a las 18 horas; **23)** 6 *kg*; **24)** 7,65 *m*; **25)** después de abaratarla; **26)** después de encarecerla; **27)** \$100000; **28)** \$13000; **29)** 36,62%; **30)** 59 huevos; **31)** 2521 ovejas;

1- Simplificar la siguiente expresión $\dfrac{\sqrt{a}\,\sqrt{x^3}\,2^{-3}\,3^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{3}{2}}\,x^{\frac{1}{2}}\,2^4\,\sqrt[3]{3^4}}$.

2- La siguiente expresión $\dfrac{x^{-2}}{1-x^{-1}}$ es equivalente a:

A) $\dfrac{x^{-1}}{x-1}$ B) $\dfrac{1}{x}$ C) $\dfrac{1-x}{x^2}$ D) x

3- Resolver y simplificar la siguiente expresión $\left(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x}\right)\div\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x}\right)$.

4- Simplifica la siguiente expresión $\dfrac{(x^2-y^2)x^{-2}}{\left(\dfrac{x^3-x^2y}{x+y}\right)^{-1}}$.

5- Al resolver y simplificar la siguiente expresión $\dfrac{y^2+6y+9}{(9y^2-9)}\div\dfrac{y^2-25}{(2y-1-y^2)(y+5)}$ se obtiene:

A) $-\dfrac{(y+3)^2}{9(y+1)}\cdot\dfrac{y-1}{y-5}$ B) $\dfrac{(y+3)^2}{3(3y+3)}\cdot\dfrac{(y-1)}{y-5}$

C) $\dfrac{(y+3)^2}{(9y-3)(9y+3)}\div\dfrac{(y+1)^2}{y-5}$ D) $\dfrac{(y+3)^2}{(9y-3)(9y+3)}\cdot\dfrac{(y+1)^2}{y-5}$

6- Resolver la siguiente ecuación: $2x-4=\dfrac{x}{6}-\dfrac{2x-1}{9}$

7- Dada la ecuación $3x-10=-\dfrac{25}{2x}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **VERDADERA**?

A) La ecuación tiene raíces reales y distintas.

B) La ecuación es de primer grado.

C) La ecuación tiene raíces reales e iguales.

D) La ecuación no tiene solución real.

8- Al resolver la ecuación $\dfrac{25}{5x^2+25x}-\dfrac{2x-10}{2x+10}=\dfrac{1}{x}$ se obtiene:

A) $x=4$ B) $x=0,\ x=5$

C) $x=0,\ x=4$ D) Ninguna de las opciones anteriores.

9- ¿Para qué valor o valores de k la ecuación cuadrática $kx^2-3kx+4=0$ admite raíces reales iguales?

10- Dada la siguiente ecuación $7x+4(2-x)=3x+8$ ¿cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA?

A) $x=0$ B) $x=\dfrac{16}{3}$

C) La ecuación no tiene solución. D) La ecuación tiene infinitas soluciones.

11- Lucía va de compras al shopping. En el supermercado gasta la mitad del dinero que lleva, en la zapatería gasta un tercio del dinero que le queda, y finalmente, en la juguetería gasta los tres cuartos del dinero que le queda, saliendo del shopping con 53 pesos. ¿Cuánto dinero tenía cuando llegó al shopping?

12- Si la ecuación cuadrática $x^2+\dfrac{b}{a}x+\dfrac{c}{a}=0$ tiene como una de sus raíces a 3 y además $\dfrac{c}{a}=-6$, entonces el valor de $\dfrac{b}{a}$ es:

A) 1 B) -1 C) 5 D) -9

13- Amelia regala a Julio $\dfrac{1}{3}$ de su colección de estampillas, y da la mitad de las restantes a su hermana Juana. De las estampillas regaladas, la cuarta parte era de Europa y 210 del resto del mundo. ¿Cuántas estampillas Amelia regaló a Juana?

14- Varios clientes hacen compras en la fiambrería. Antonio paga $29,75 por 200gr. de jamón y 300gr. de queso. Rosa pide un cuarto de kilo de jamón y abona $15,50. ¿Cuánto pagará María por 150gr. de jamón y un cuarto de kilo de queso?

15- A una función de teatro asisten 850 personas por las cuales se recaudó $\$13.000$. Se sabe que la platea tipo A cuesta $\$30$, la platea tipo B cuesta $\$20$ y las entradas populares $\$10$. Si en la popular hay el doble de personas que en la platea tipo B. ¿Cuántas personas hay en cada sector?

16- Una empresa aceitera ha envasado 3000 litros de aceite en 1200 botellas de dos y de cinco litros. Si designamos con x al número de botellas de 2 litros y con y al número de botellas de 5 litros, ¿Cuál de los sistemas siguientes se debe resolver para calcular el número de botellas de cada tipo que se han utilizado?.

A) $\begin{cases}2x+5y=1200\\ x+y=3000\end{cases}$ B) $\begin{cases}\dfrac{x+y}{1200}=1\\ x+y=3000\end{cases}$ C) $\begin{cases}\dfrac{x}{1500}+\dfrac{y}{600}=1\\ x+y=1200\end{cases}$ D) $\begin{cases}3000x+1200y=2\\ x+y=1200\end{cases}$

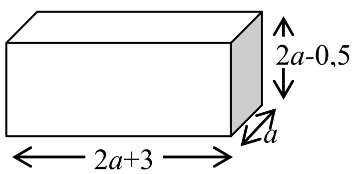
17- El volumen del paralelepípedo de la figura expresado en función de a es:

A) $4a^3-a^2+6a-1{,}5$

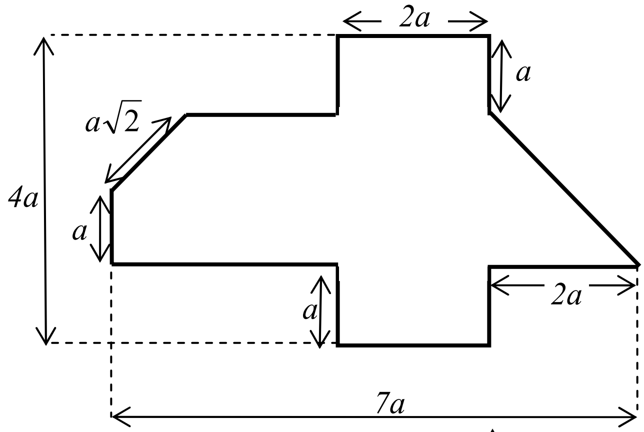
B) $2a^2+3a$

C) $4a^2+5a-1{,}5$

D) $a\left(4a^2+5a-1{,}5\right)$



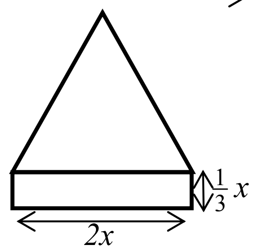
18- El siguiente esquema representa una habitación que se quiere alfombrar. ¿Cuántos metros cuadrados de alfombra se necesitan?



19-La siguiente figura está formada por un rectángulo y un triángulo equilátero. Utilizando las dimensiones indicadas en la figura:

a) Formular una ecuación que exprese que el perímetro del triángulo es igual área del rectángulo.

b) ¿Qué valor o valores de x verifican que el perímetro del triángulo es igual al área del rectángulo?



20- Si en un cuadrado se reducen las longitudes de dos lados opuestos en un 20% y se aumentan los otros dos lados en un 20%, entonces el área de la nueva figura respecto del área del cuadrado:

A) Aumentó $0{,}96\,cm^2$. B) Aumentó un 4%.

C) No hubo modificación. D) Disminuyó un 4%.

21-¿Cuál de los polinomios dados satisface las siguientes condiciones: $P(1)=-1$; sus raíces son $-\frac{3}{2}$, $1+\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$ y el grado es 3?

A) $P(x)=\frac{1}{5}\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x-1+\sqrt{2}\right)\left(x+1+\sqrt{2}\right)$ B) $P(x)=\frac{1}{5}\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-1-\sqrt{2}\right)\left(x-1+\sqrt{2}\right)$

C) $P(x)=\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-1-\sqrt{2}\right)\left(x-1+\sqrt{2}\right)$ D) $P(x)=\frac{1}{5}\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-1-\sqrt{2}\right)^2$

22- El polinomio $T(x)=3x^3-3x^2-6x+17$ es el resultado de la diferencia entre $P(x)$ y $Q(x)$. Determinar $P(x)$ sabiendo que $Q(x)$ es un polinomio de grado 2 que tiene por raíces a 2 y a –3 y su coeficiente principal es 1.

23- Sea el polinomio $P(x)=4x^4-15x^2-ax+b$, determinar las constantes a y b de modo que al dividir *P(x)* por $(x-2)$ el resto sea cero, y el término independiente del polinomio cociente sea igual a -3.

24- Cierto polinomio $P(x)$ de grado 3 es divisible por $\left(x+\frac{1}{2}\right)$. Si $P(1)=-2$ y dos de sus raíces son 5 y -1, entonces la factorizacion de $P(x)$ es:

A) $P(x)=\frac{1}{6}(x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)(x+5)$ B) $P(x)=\frac{1}{6}(x+1)\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-5)$

C) $P(x)=-2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x+5)(x-1)$ D) $P(x)=-2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-5)(x+1)$

25-¿Cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA?
A) Si la división $P(x) \div (x+2)$ es exacta, entonces $P(2)=0$
B) Las raíces de $Q(x)=2x^3-3x^2+x$ son 0, 1 y 2.
C) Las raíces del polinomio $S(x)=6x^2-x-1$, no son reales.
D) Si 3 es una raíz del polinomio $R(x)$, entonces la división $R(x) \div (x-3)$ es exacta.

26- Sea $P(x)=(x-2)\left(x+\frac{1}{3}\right)(x+1)^2\,(x+7)(-2)$. Determinar cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA.
A) El polinomio es de grado 5, sus raíces son $2,-\frac{1}{3},-1,-7$ y el coeficiente principal es -2.
B) El polinomio es de grado 4, sus raíces son $-2,\ \frac{1}{3},\ 1,\ 7$ y el coeficiente principal es 1.
C) El polinomio es de grado 5, sus raíces son $-2,-\frac{1}{3},-1,-7$ y el coeficiente principal 1.
D) El polinomio es de grado 4, sus raíces son $2,-\frac{1}{3},-1,-7$ y el coeficiente principal es -2.

27- Sea $P(x)$ un polinomio con coeficientes enteros, ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?
A) Si el término independiente es múltiplo de *a*, entonces $P(x)$ es divisible por $(x-a)$.
B) Si se aplica la Regla de Ruffini para resolver $P(x):(x-a)$, entonces el resto siempre es una constante.
C) Si al dividir $P(x)$ por $(x-a)$ el resto es cero, entonces $P(x)$ es múltiplo de $(x-a)$.
D) $P(x)$ es divisible por $(x-a)$ si $P(a)=0$.

28- Factorizar numerador y denominador de la siguiente expresión sabiendo que 2 es raíz del numerador, luego simplificar hasta obtener la mínima expresión.

$$\frac{x^3-\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{16}x-\frac{1}{8}}{x^2-\frac{7}{4}x-\frac{1}{2}}$$

29- a) Si compramos *m* kilos de manzanas que cuestan 2,50 pesos el kilo y *n* kilos de naranjas a 2 pesos el kilo, ¿Qué expresión de las siguientes representa lo que costaron las manzanas y naranjas que tenemos?

A) $\frac{2}{n}+\frac{2{,}50}{m}$

B) $2+n+2{,}50+m$

C) $2n+2{,}50m$

D) Ninguna de las expresiones anterior.

b) Si compramos 50 kilos entre ambas frutas y pagamos 120 pesos ¿Cuántos kilos de manzanas y cuántos de naranjas hemos comprado?

30 – Para cada polinomio de la primera columna determinar a cuál es idéntico en la segunda columna.
Recordar algunas de las llamadas identidades notables..

I) $a^4b^2 - 9c^6 \quad =$	A) $\left(a^2b-3c^3\right)\left(a^2b-3c^3\right)$ B) $\left(ab+3c^3\right)\left(ab-3c^3\right)$ C) $\left(a^2b-3c^3\right)^2$ D) $\left(a^2b-3c^3\right)\left(a^2b+3c^3\right)$
II) $x^2-7x+\dfrac{49}{4} \quad =$	A) $\left(x+\frac{7}{2}\right)\left(x-\frac{7}{2}\right)$ B) $\left(x-\frac{7}{2}\right)^2$ C) $\left(x-\frac{7}{4}\right)^2$ D) $\left(x+\frac{7}{2}\right)\left(x+\frac{7}{2}\right)$
III) $(3ab+2)(3ab-2) \quad =$	A) $9a^2b^2+4$ B) $3a^2b^2-4$ C) $9a^2b^2+12ab-4$ D) $9a^2b^2-4$
IV) $x^4y^2-16z^6 \quad =$	A) $\left(x^2y-4z^3\right)\left(x^2y-4z^3\right)$ B) $\left(xy+4z^3\right)\left(xy-4z^3\right)$ C) $\left(x^2y-4z^3\right)\left(x^2y+4z^3\right)$ D) $\left(x^2y-4z^3\right)^2$
V) $9x^2+6x+1 \quad =$	A) $(9x+1)(x+1)$ B) $(3x-1)^2$ C) $(3x+1)(3x+1)$ D) $(9x+1)(9x+1)$
VI) $\left(10^n-a\right)^2 \quad =$	A) $10^{2n}-10^n\,a+a^2$ B) $10^{2n}-2\cdot 10^n\,a+a^2$ C) $10^{n^2}-2\cdot 10^n\,a+a^2$ D) $10^{2n}-a^2$

RESPUESTAS

1. $\dfrac{x}{a.2^7.3}$	2. A	3. $-2x-1$	4. $(x-y)^2$	5. A
6. $x=2$	7. D	8. A	9. $k=\dfrac{16}{9}$	10. D
11.$636	12. B	13.84	14. $23.75	

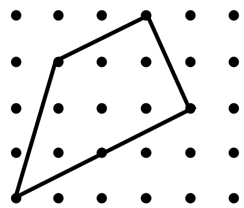
15. Platea tipo A=100 personas; Platea tipo B=250 personas y Popular=500 personas

16. C	17. D	18. $27a^2$	19. a) $6x=\dfrac{2}{3}x^2$.	b) 9
20.D	21. B	22. $P(x)=3x^3-2x^2-5x+11$		23. $a=5;\ b=6$
24. B	25. D	26. A	27. A	28 $x+\dfrac{1}{4}$

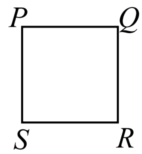
29 a) C — 29. 40 kilos de manzanas y 10 de naranjas.

30. I)D	30. II)B	30. III)D	30. IV)C	30. V)C
30. VI) B				

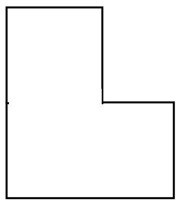
1- Hallar el perímetro del polígono de la figura dibujado sobre una malla rectangular de puntos espaciados 1*cm* horizontal y verticalmente.



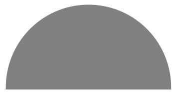
2- Sea *PQRS* un trozo cuadrado de papel. La esquina *P* se superpone con *R*, luego *Q* se superpone con *S*. El área de la figura resultante es de 9 cm^2. ¿Cuál es el perímetro del cuadrado *PQRS*?



3- Teresa quiere destinar una región de su campo, como el de la figura, para el pastoreo de ganado. El terreno debe dividirse en un sector rectangular en el cual el largo es el doble del ancho y cuya diagonal sea de 8 *km* de longitud, y en un sector cuadrado, cuya diagonal mida 4 *km*. Se necesita semilla para sembrarlo y alambre para cercarlo.
a) Calcular la superficie del terrero para poder decidir cuántos kilos de semilla se deben comprar.
b) Calcular cuántos kilómetros de alambre se utilizarán para cercar el terreno con una vuelta. Expresar la solución con radicales y luego dar una aproximación.



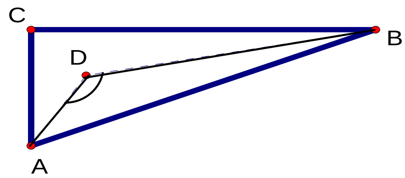
4- Calcular cuánto mide el lado de un cuadrado inscrito en una circunferencia de radio 3 unidades. Representar este número en la recta real.



5- ¿Se podrá calcular el perímetro de una tapa semicircular como la de la figura?. Se sabe que el radio de la semi-circunferencia es de medio metro.

6- Un barco parte de un punto **P** recorriendo 80*km* hacia el Sur hasta llegar a un punto **H**, a partir de ese punto recorre 60km en dirección Este hasta llegar al punto **T**. Calcular la distancia del punto **P** a **T**.

7- El triángulo de la figura es rectángulo en *C*.
AD y *BD* son bisectrices de los ángulos agudos del triángulo.
Calcular la medida del ángulo *ADB*.



8- Determinar cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA:

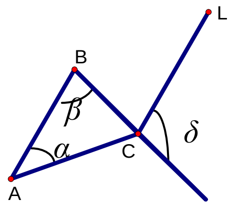
A) Un triángulo cuyos lados miden 16*cm*., 30*cm*. y 34 *cm*. respectivamente, es rectángulo.

B) Si en un triángulo isósceles unos de los ángulos iguales mide 40º13’, entonces los otros dos ángulos miden 45º13’ y 94º34’.

C) Dos triángulos son semejantes cuando tienen respectivamente proporcionales dos lados y un ángulo.

D) Un ángulo de 60º es igual a las $\frac{2}{3}$ partes de su complemento.

9- En la figura el segmento *CL* es paralelo al segmento *AB*. Sabiendo que el ángulo α mide 40° y β mide 75°, determinar el valor del ángulo δ.



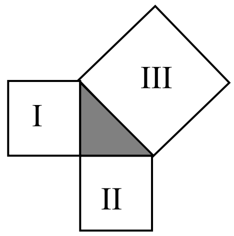
10- Los cuadrados I, II y III están construidos sobre los tres lados de un triángulo rectángulo isósceles de 12,5 cm^2 de área.
¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

A)El área del cuadrado III es el doble del área del cuadrado II..

B) El lado del cuadrado I mide 5 *cm*.

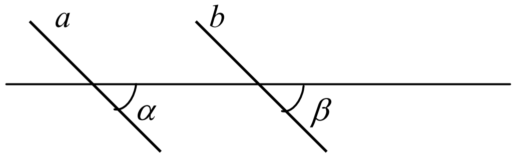
C) La medida de la diagonal del cuadrado III es $10\sqrt{2}$ cm.

D) La medida de la diagonal del cuadrado I es $5\sqrt{2}$ cm.



11- Un terreno tiene forma de rombo, se sabe que sus diagonales miden 120 metros y 160 metros respectivamente. Se hará un cerco perimetral de alambre tejido, ¿cuántos metros de tejido se necesitarán?

12- En la siguiente figura, $a \parallel b$, las medidas en grados de los ángulos α y β están dadas por las expresiones: $\alpha = 3x - 13$ y $\beta = 2x + 12$.
Entonces el valor de *x* es:

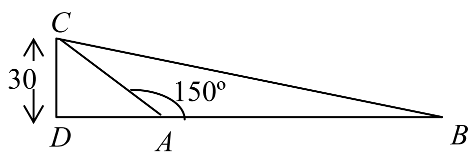


A) 5 B) 25

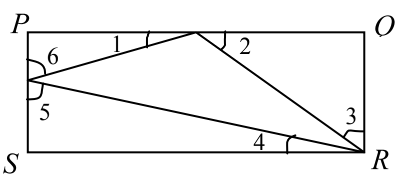
C) 62 D) No se puede determinar

13- Un ángulo exterior de un triángulo mide $7x - 13$. Los ángulos interiores no adyacentes miden 2*x* y 3*x* respectivamente.
Calcular la medida del mayor ángulo interior del triángulo.

14- *ABC* es un triángulo escaleno cuyo ángulo obtusángulo mide 150º, y está inscripto en el triángulo rectángulo *CDB* como en la figura. Del triángulo rectángulo se conoce el área y su cateto menor que miden respectivamente 6750 m^2 y 30*m*.
Encontrar el perímetro del triángulo escaleno.



15- Dado el rectángulo *PQRS*, calcular la suma de los siguientes ángulos marcados en la figura: $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} + \hat{5} + \hat{6}$.

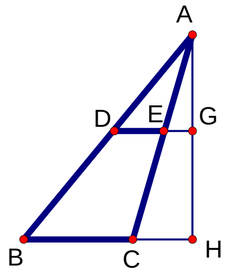


16- Sea ABC un triángulo de base BC= 4cm y de altura AH=6cm,

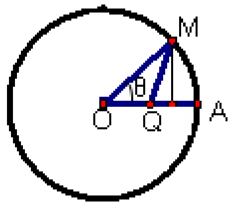
$DE \parallel BC$ y $AG = \frac{1}{3} AH$.

Calcular el área del triangulo ADE.

Sugerencia: Establecer proporcionalidad de alturas.



17- La circunferencia adjunta tiene radio 1; Q es el punto medio del radio OA. Sabiendo que $\cos\theta = \frac{3}{4}$, calcular el valor exacto del segmento MQ.

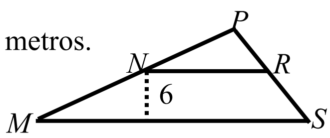


18- Desde lo alto de un árbol se tensan dos cables y se atan al piso.
La separación en el piso entre los dos cables es de 40m. Si uno de los cables tiene un ángulo de elevación de 30° y el otro un ángulo de elevación de 50°.
Se desea calcular la altura h del árbol.
¿Cuál es el sistema de ecuaciones que resuelve el problema?

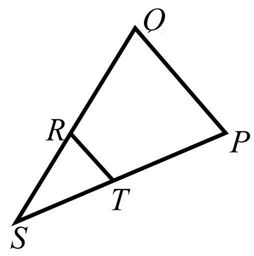
A) $\begin{cases} tg\,50 = \dfrac{h}{40} \\ tg\,30 = \dfrac{h}{x+40} \end{cases}$ B) $\begin{cases} tg\,50 = \dfrac{x}{h} \\ tg\,30 = \dfrac{x+40}{h} \end{cases}$ C) $\begin{cases} tg\,50 = \dfrac{h}{x} \\ tg\,30 = \dfrac{h}{40} \end{cases}$ D) $\begin{cases} tg\,50 = \dfrac{h}{x} \\ tg\,30 = \dfrac{h}{x+40} \end{cases}$

Observación: Los dos cables están ubicados a la izquierda del árbol, designamos con x a la distancia medida sobre el piso entre la base del árbol y el cable más cercano al árbol.
Recordar que hacer un dibujo de la situación ayuda a plantear el sistema adecuado.

19- Las bases del trapecio $MNRS$ miden 10 y 30 metros, y su altura es de 6 metros.
Calcular la altura del triángulo NRP.



20- Se sabe que el perímetro del triángulo PQS es de 29,5 m,
$TR \parallel PQ, \quad ST = 4m, \; SP = 10m \quad y \quad RQ = 7{,}2m$.
Calcular la longitud del segmento RT

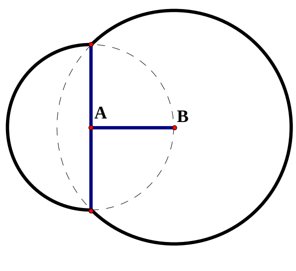


21- El radio AB de la circunferencia menor es igual a 1.
Entonces el perímetro externo de toda la figura es:

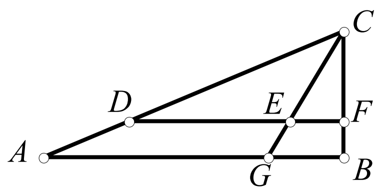
A) $\pi\left(1 + 2\sqrt{2}\right)$ B) $\frac{\pi}{2}\left(3\sqrt{2} + 1\right)$

C) $\frac{\pi\left(2 + 3\sqrt{2}\right)}{2}$

D) No se puede determinar con los datos dados.



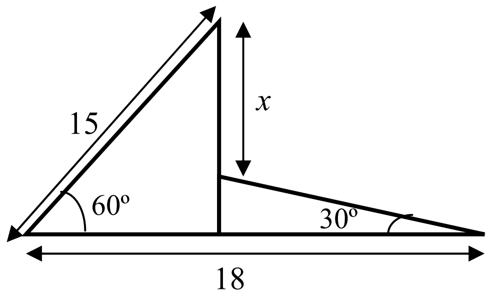
22- Para la figura dada se tienen los siguientes datos: $DF \parallel AB,\ BC \perp AB,\ BC = 5,\ BG = 4,\ BA = 12,\ DA = 3$. Encontrar la longitud del segmento CE.



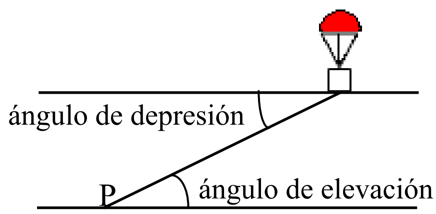
23- Sea $\cos\theta = -\dfrac{4}{5}$ y $tg\theta > 0$, entonces $sen\theta$ vale:

A) $\dfrac{3}{4}$ B) $\dfrac{3}{5}$ C) $-\dfrac{3}{5}\, y\, \dfrac{3}{5}$ D) $-\dfrac{3}{5}$

24- Hallar el valor aproximado de x usando los datos de la figura.

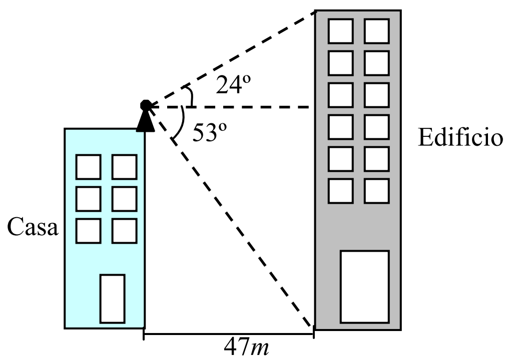


25- Un observador en un globo que se encuentra a 300 *m* de altura mira un punto P a nivel del suelo. Si el ángulo de depresión es de 30°, determinar la distancia en metros que debe recorrer para pasar exactamente por arriba del punto observado.



26- Rosita está en la terraza de la casa de su abuela y mide con un teodolito el ángulo de elevación y el ángulo de depresión del edificio que está en frente, obteniendo 24° y 53° respectivamente. Si la distancia entre la casa y el edificio es de 47*m*, la altura aproximada del mismo es:

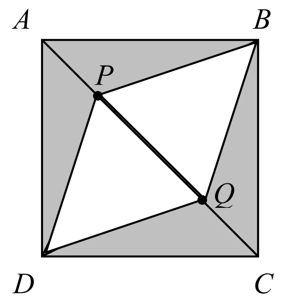
A) 105,56*m*
B) 140,97*m*
C) 62,37*m*
D) 83,29*m*



27- Se sabe que α es un ángulo del tercer cuadrante tal que $\cos\alpha = -0{,}8$, determinar los valores de $sen\,\alpha$ y $tg\,\alpha$.

28- Sea *ABCD* un cuadrado cuya diagonal mide 16 *cm* y $AP = QC = \frac{1}{4} AC$.

Encontrar el área de la parte sombreada.



29- Si dos triángulos semejantes, *ABC* y *A'B'C'*, verifican que *AB* = 3*A'B'*, entonces el perímetro del triángulo *A'B'C'* es:

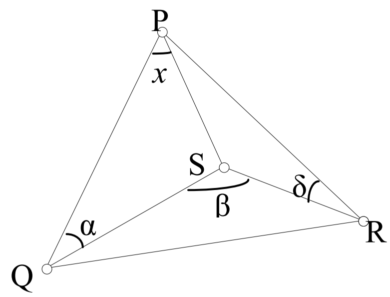
A) El perímetro de *ABC* aumentado en tres unidades.

B) El triple del perímetro de *ABC.*

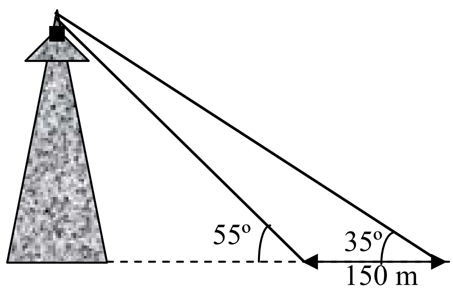
C) Un tercio del perímetro de *ABC.*

D) No se puede determinar sin saber la relación que hay entre los otros lados.

30- Sea *S* es un punto interior del triángulo *PQR*. Sabiendo que *SP* = *SR* y que los ángulos marcados en el diagrama miden: α = 25º; β = 110º y δ = 25º. Obtener el valor en grados del ángulo *x*.



31- Usando las medidas señaladas en el dibujo, Calcular la altura de la torre.

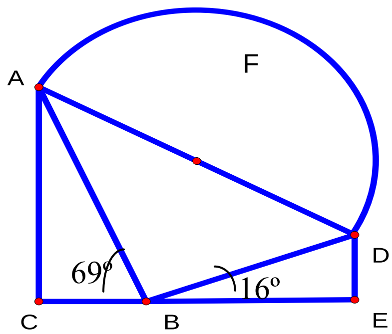


32- Para la siguiente figura se tiene los siguientes datos*:* *CB*=3,40 *m; BE*=6,10 *m,* el ángulo *ABC* mide 69º y el *EBD* 16º

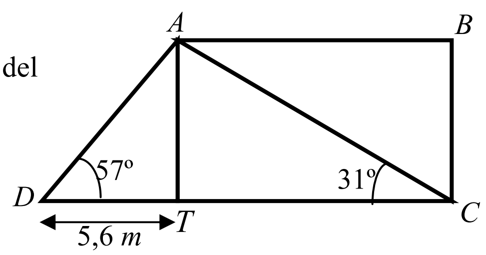
a) Calcular el diámetro *AD* del semicírculo *AFD.*

b) ¿Cuál es el área del semicírculo?

Sugerencia: trazar una paralela a CE por D y pensar al diámetro AD como hipotenusa del triángulo rectángulo que se forma al trazar la paralela mencionada.



33- Usar los datos de la figura para calcular el área del trapecio *ABCD*



RESPUESTAS

1. $\left(4+\sqrt{2}\right)\sqrt{5}$ 2. $24cm$ 3. a) $33{,}6\,km^2$. 3. b) $\frac{48}{5}\sqrt{5}+4\sqrt{2}\ km. \approx 27{,}124km$

4. $3\sqrt{2}$ unidades 5. $\frac{\pi}{2}+1$ 6. 100 km 7. 135°

8. A 9. 105° 10. C 11. 400m

12. B 13. 147,5° 14. Aproximadamente $909{,}03m$ 15. 270°

16. $\frac{4}{3}$ 17. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 18. D 19. 3m

20. $3m$ 21. C 22. $CE=\frac{10\sqrt{41}}{13}$ 23. B

24. 6.93 25. $\frac{300}{tg30°}$ 26. D 27. $sen\,\alpha=-0{,}6;\ \ tg\theta=0{,}75$

28. 64 cm^2 29. C 30. 35° 31. Aproximadamente $206m$

32. a) 11,86m 32. b) $17{,}6\pi\ m^2$ 33. 147,78m^2

1- Hallar la ecuación lineal que relaciona la medición de la temperatura en grados Celsius y la temperatura en grados Fahrenheit. Usar el hecho de que $10º\,C = 50º\,F$ y que $60º\,C = 140º\,F$.

2- Para construir una caja de cartón sin tapa, de $144cm^3$ de volumen, se dispone de un pliego cuadrado de lado *x*. Para armar la caja se corta de cada esquina del pliego un cuadrado de $9cm$ de lado. Hallar una expresión del volumen de la caja en función del lado x.

3- Dos tanques A y B contienen cierta cantidad de agua y se llenan a través de dos mangueras distintas. El tanque A tiene una cantidad inicial de 400 litros y recibe agua a razón de 20 litros por segundo. El tanque B tiene una cantidad inicial de 120 litros y recibe agua a razón de 90 litros por segundo.

a) Determinar la función que representa la cantidad de agua de cada tanque en el tiempo t.
b) ¿En qué momento los tanques contienen la misma cantidad de agua? ¿Cuál es dicha cantidad?
c) Interpretar gráficamente la situación.

4- El porcentaje de rendimiento de un operario de una máquina compleja se describe por la función $r(t) = 300t(1-t)$, donde t es el tiempo en horas. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA?

A) El mayor porcentaje de rendimiento lo alcanza cuando t=0,5 horas y es del 75%.

B) El porcentaje de rendimiento aumenta al transcurrir el tiempo y es mayor después de media hora de trabajo.

C) El mayor porcentaje de rendimiento es del 100% y se alcanza cuando ha pasado 1 hora de trabajo.

D) El porcentaje de rendimiento disminuye en la primera media hora de trabajo

5- La función $T(t) = \begin{cases} 15t + 25 & si\ 0 \le t < 10 \\ 176 & si\ \ t \ge 10 \end{cases}$ expresa la temperatura (en grados centígrados) de un líquido al calentarlo. Si *t* representa el tiempo en minutos:

a) Calcular la temperatura a los 5, 10 y 15 minutos.
b) Graficar la función.

6 - El beneficio mensual de un fabricante de sillas, en función del precio de venta *x*, se expresa por la función $f(x) = -x^2 + 48x - 320$.

a) ¿Para qué precio de venta el fabricante obtiene beneficio cero? (no gana ni pierde).
b) ¿Cuál es el precio máximo de venta?

7- El jefe de planta de una empaquetadora estima que después de t meses de trabajo un empleado promedio puede clasificar $q(t) = 800 - 400\,.\,2^{-0.8t}$ naranjas por hora.

a) ¿Cuál es el número de naranjas que un nuevo empleado clasifica por hora?
b) ¿Cuántas naranjas clasifica un empleado con 5 meses de experiencia?

8- Un delfín salta hasta cierto punto y empieza a caer. La función que describe dicha situación en términos del tiempo t (segundos) se expresa por $f(t) = -6t^2 + 12t$ ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

A) El tiempo que tarda el delfín en regresar al agua es de 1 segundo.
B) La altura máxima que alcanza el delfín es de 6*m*.
C) A los 0,8 segundos el delfín alcanza una altura de 5,76m.
D) Al transcurrir un segundo y medio el delfín todavía se mantiene fuera del agua.

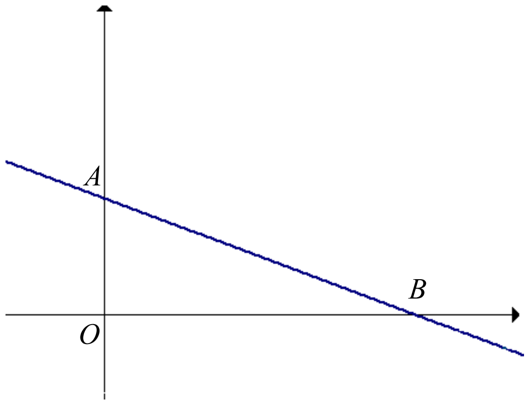
9- Si la recta de la figura tiene ecuación $y = mx + 3$, el valor de m para que el área del triángulo AOB sea $18{,}75\ cm^2$ es:

A) $m = -4{,}16\ cm$

B) Ninguna de las otras opciones.

C) $m = -0{,}48\ cm$

D) $m = -0{,}24\ cm$



10- Durante 48 días se realizó un experimento con gallinas. Se determinó que durante ese lapso el peso promedio es una función lineal del número de días trascurridos.
Sabiendo que el peso promedio al inicio del experimento fue de 45 gramos y que 26 días después fue de 279 gramos.
a) Hallar la ecuación lineal que relaciona el peso promedio con el número de días transcurridos.
b) ¿Cuál es el peso promedio de las gallinas a los 35 días?

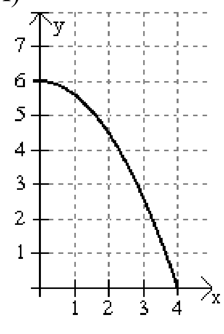
11-¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una recta que no es paralela ni perpendicular a la recta $y + x = 0$?

A) $y = x$ B) $2y = 4x + 1$ C) $2y - 2x = 1$ D) $y + x + 2 = 0$

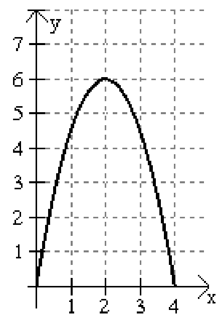
12- Hallar una función lineal que corte al eje de las abscisas en 2 y al eje de las ordenadas en -1.

13- La trayectoria que describe una pelota al ser lanzada hacia arriba se expresa por la ecuación $h(x) = 6x - \frac{3}{2}x^2$. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa a la función $h(x)$?

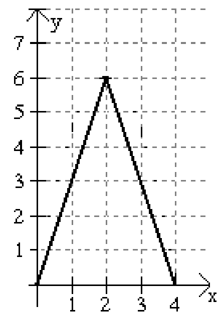
A)



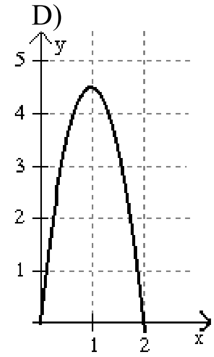
B)



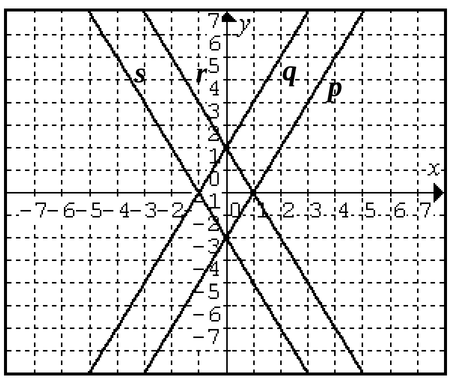
C)



D)



14- ¿Cuál de las rectas de la figura: ***p***, ***r***, ***q*** ó ***s*** corresponde a la gráfica de la ecuación $2x - y + 2 = 0$?



15- Dado el siguiente sistema $\begin{cases} x+y=1 \\ 2x+ky=2 \end{cases}$ ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

A) Si $k \neq 2$, entonces las rectas tienen diferente pendiente y el sistema es compatible.
B) Si $k = 2$, entonces las rectas son coincidentes y el sistema es compatible indeterminado.
C) Si $k = 1$, entonces las rectas se cortan en un único punto y el sistema es compatible determinado.
D) Si $k = 2$, entonces las rectas son paralelas no coincidente y el sistema es incompatible.

16- Señalar cuál de las siguientes expresiones permite deducir que *f* no es función:
A) Existe algún elemento *m* tal que $f(m) = f(-m)$
B) Existe algún elemento *m* tal que $f(m) \neq f(-m)$
C) Existen algunos elementos *m* y *n* tal que $f(m) \neq f(n)$ siendo $m = n$
D) Existen algunos elementos *m* y *n* tal que $f(m) = f(n)$ siendo $m = n$

17-Representar la gráfica de una ecuación $y = mx + b$ que cumpla con las condiciones dadas en cada caso:

a) $m > 0 \; y \; b > 0$ b) $m < 0 \; y \; b > 0$ c) $m < 0 \; y \; b = 0$
d) $m > 0 \; y \; b < 0$ e) $m < 0 \; y \; b < 0$ f) $m = 0 \; y \; b > 0$

18- Dada la ecuación $y = -2(x-4)^2 + 3$, ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) El vértice se halla en el primer cuadrante y las ramas se abren hacia arriba.
B) El vértice se halla en el segundo cuadrante y las ramas se abren hacia abajo.
C) El vértice se halla en el primer cuadrante y las ramas se abren hacia abajo.
D) El vértice se halla en el segundo cuadrante y las ramas se abren hacia arriba.

19- Dadas las rectas ***r***: $3x + y + 2 = 0$ y ***s***: $4x - ky = 0$, ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA?

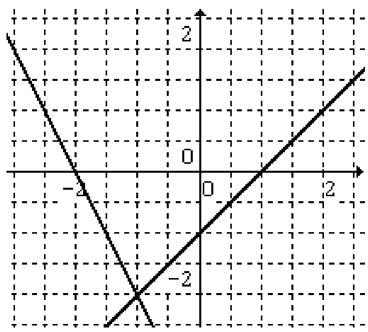
A) Si $k = 0$ la recta ***s*** es horizontal. B) Si $k = -\frac{4}{3}$ las rectas ***r*** y ***s*** son paralelas.
C) Si $k = -12$ las recta ***r*** y ***s*** son perpendiculares. D) Para la recta ***r*** la ordenada al origen es 2.

20- Si $f(x) = 2x + 1$ ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA?
A) $f(x) + a = 2x + a$ B) $f(x+3) = f(x) + 3$
C) $f(x+a) = f(x) + f(a)$ D) $f(x+a) = f(x) + 2a$

21- ¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones está representado por el gráfico dado?

A) $\begin{cases} y = 3x+1 \\ y + x = -3 \end{cases}$ B) $\begin{cases} y - x + 1 = 0 \\ y + x = -3 \end{cases}$

C) $\begin{cases} \frac{y}{2} + x = -2 \\ y = 3x+1 \end{cases}$ D) $\begin{cases} \frac{y}{2} + x = -2 \\ y - x + 1 = 0 \end{cases}$



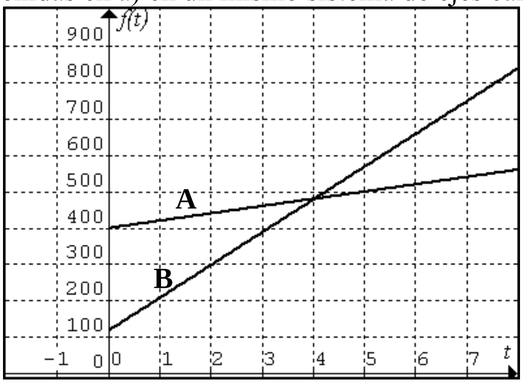
RESPUESTAS

1. $y-50-\frac{9}{5}(x-10)=0$ 2. $9(x-18)^2-144=0$

3. a) $f(t)=20t+400$ para el tanque A y $f(t)=90t+120$ para el tanque B.

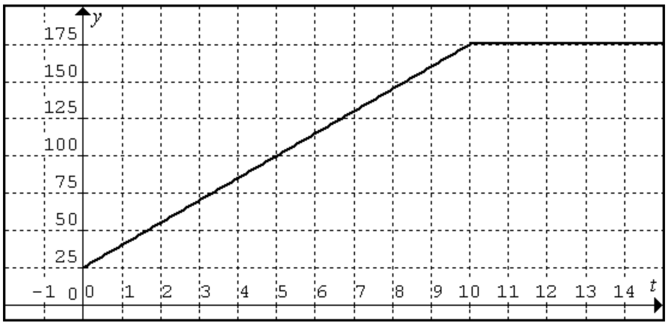
3. b) $t=4$; cantidad en litros 480.

c) Graficar las dos rectas obtenidas en a) en un mismo sistema de ejes cartesianos.



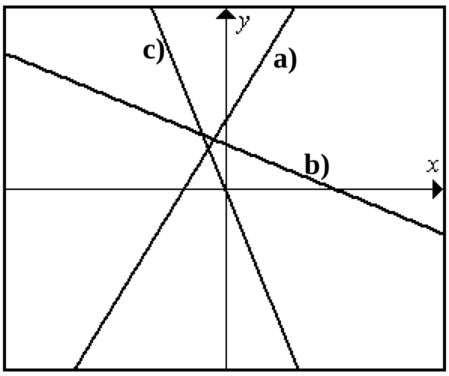
4. A 5.a) T(5) = 100 ºC; T(10) = 176ºC; T(15) = 176

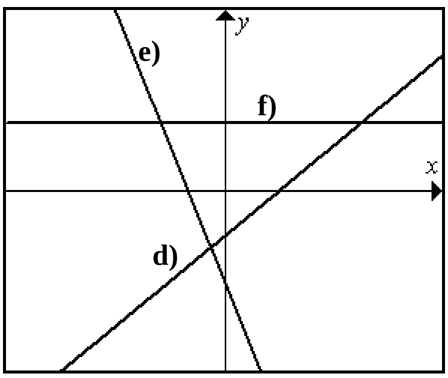
5.b)



6.a) 8	6.b) 24	7. a) 400	7.b) 775	8. A
9.D	10. a) $y=9x+45$	10. b) 360	11.B	12. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}=1$
13.B	14. q	15. D	16. C	

17.





18. C 19. B 20. D 21. D

1) *Después de una rebaja de un 12%, un pantalón cuesta 79,20 pesos. ¿Cuánto costaba antes de rebajarlo?.*
Solución:
Sabes que ahora vale 79,20 \$. Y sabes que te han rebajado un 12%.
Por lo tanto el pantalón vale ahora un 88% de lo que costaba antes *(100 que es el total -12 que es lo que te rebajan = 88 que es lo que hora vale).*
Usando regla de 3.
El pantalón vale 79.20 que es 88%.
¿Cuánto vale el 100%?
A este número que no sabemos cual es lo vamos a llamar x.
100 por 79,20 da 7920. Y ahora a este resultado lo divides por 88 y da 90.

79,20	___________	88%
x	___________	100%

Solución usando coeficiente de variación: 79,20=(0,88)C, entonces C=(79,20)/(0,88)=90.

Respuesta: antes de rebajarlo el pantalón costaba 90 pesos.

2) Si tienes que resolver problemas con % también te pueden hacer la pregunta al revés.
Se tiene un pantalón que vale 90\$ y le hacemos un descuento de 12% ¿cuánto lo rebajamos? ¿Cuánto vale después?
Solución:
90 es el total del precio por lo que es el 100%. Y quedaría:

90	___________	100%
x	___________	12%

90 por 12 = 1080; 1080 dividido 100 = 10,80. Descontamos 10,80 pesos.
El valor final del pantalón se calcula restando: 90 -10,80 = 79,20

Si usamos coeficiente de variación para hacer el cálculo: 90(0,88)=79,20.

Respuesta: la rebaja fue de 10,80 pesos. Después de la rebaja vale 79,20.

3) Tenemos un pantalón que costaba 90\$ y después de las liquidaciones cuenta 79,20 ¿Cuánto ha sido el porcentaje que se ha rebajado?

Es claro que 90 es el total y que a eso lo llamamos 100%.

90	___________	100%
79,20	___________	x

79,20 por 100 y dividido por 90 nos da 88.

CUIDADO que te piden el % rebajado y no el % que vale ahora el pantalón.
Y lo que hay que hacer es una resta 100 - 88 =12.

Otra forma de resolver es usando coeficiente de variación:
79,20=(1-r)90 entonces 90-79,20=r.90; 10,80/90=0,12 por lo tanto el porcentaje de descuento es del 12%.

Respuesta: El porcentaje de descuento fue del 12%.

RECORDAR tener muy claro lo que se pide en el problema. Leer e interpretar el enunciado analizar que conceptos matemáticos pudieran usarse y luego pasar a la solución.

4) *Un vendedor de arte vendió un día dos cuadros por novecientos noventa dólares cada uno. Con el primer cuadro obtuvo un beneficio del 10% y con el otro sufrió una pérdida del 10%. "Eso significa que hoy me he quedado igual que estaba", se dijo. ¿Estaba en lo cierto?.*
Solución:
Respuesta: no quedó igual; perdió 20 dólares ese día.

Veamos por qué: Consideremos primero el cuadro que vendió con un beneficio del 10%. Por el cuadro le dieron 990 dólares; ¿cuánto pagó por él?. El beneficio no es el 10% de 990, sino el 10% de lo que pagó. De modo que 990 dólares es el 110% de lo que pagó. Esto significa que pagó 900 dólares, hizo el 10% de 900 dólares, que es 90 dólares, y recibió 990 dólares. Por consiguiente obtuvo 90 dólares de ganancia con el primer cuadro.
Consideremos ahora el segundo cuadro: Perdió el 10% de lo que pagó por él, de modo que lo vendió por el 90% de lo que pagó. Pagó 1100 dólares, y el 10% de 1100 es 110, así que lo vendió por 1100 menos 110, que es 990 dólares.
Por consiguiente perdió 110 dólares con el segundo cuadro, y ganó sólo 90 con el primero por lo tanto en realidad su pérdida neta fue de 20 dólares.

5) *En una carrera ciclística, la primera semana abandonan el 20% de los corredores, y en la segunda, el 40% de los que quedaban. ¿Qué porcentaje de los que empezaron permanece en carrera al inicio de la tercera semana?.*

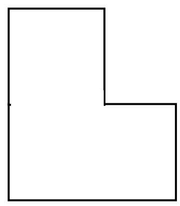
Solución: En la primera semana abandona la carrera el 20% entoces queda el 80%. En la segunda semana abandona el 40% del 80% de los participantes:

40% de 80% = $\frac{40}{100}.\frac{80}{100}=\frac{32}{100}$. Por lo tanto 32% abandonan

Quedan: 80% – 32% = 48%

Respuesta: El 48% de los que empezaron permanece en carrera al inicio de la tercera semana.

6) *Teresa quiere destinar una región de su campo, con forma como la de figura, para el pastoreo de ganado. El terreno debe dividirse en un sector rectangular en el cual el largo es el doble del ancho y cuya diagonal sea de 8 km de longitud, y en un sector cuadrado, cuya diagonal mida 4 km. Se necesita semilla para sembrarlo y alambre para cercarlo.*



a) *Calcular la superficie del terrero para poder decidir cuántos kilos de semilla se deben comprar.*

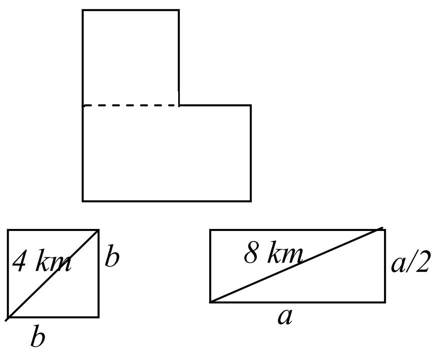
b) *Calcular cuántos kilómetros de alambre se utilizarán para cercar el terreno con una vuelta. Expresar la solución con radicales y luego dar una aproximación.*

Solución:

a) Analizamos cada figura separadamente.

Por el teorema de Pitágoras:

$$\left(\tfrac{a}{2}\right)^2+a^2=8^2\rightarrow a^2=\frac{256}{5},\ a>0\rightarrow a=\frac{16}{\sqrt{5}}$$



Superficie de parte rectangular: $\frac{16}{\sqrt{5}}.\frac{8}{\sqrt{5}}=\frac{128}{5}=25{,}6\,km^2$.

Para el cuadrado:

$$b^2+b^2=4^2\rightarrow 2b^2=16,\ b>0\rightarrow b=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

Superficie de parte cuadrada: $\left(2\sqrt{2}\right)^2=8km^2$.

Superficie total $25{,}6+8=33{,}6\,km^2$.

b) Perímetro $\frac{16}{\sqrt{5}}+2.\frac{8}{\sqrt{5}}+3.2\sqrt{2}+\left(\frac{16}{\sqrt{5}}-2\sqrt{2}\right)=\frac{48}{\sqrt{5}}+4\sqrt{2}$

Cantidad de alambre para una vuelta es: $\frac{48}{\sqrt{5}}+4\sqrt{2}=\frac{48}{5}\sqrt{5}+4\sqrt{2}\ km.$

Aproximando con calculadora: 27,124 km.

7) *Un granjero que tiene un rebaño de ovejas muy numeroso descubre una gran singularidad con respecto a su número. Si las cuenta de dos en dos, le sobra 1. Lo mismo ocurre cuando las cuenta de 3 en 3, de 4 en 4, etc.... hasta de 10 en 10. ¿Cuál es el rebaño más pequeño que se ajusta a estas condiciones?*

Solución:
Conviene pensar en las divisiones $n = 2.q_1 + 1;\ n = 3.q_2 + 1;\ n = 4.q_3 + 1;\ ....n = 10.q_{10} + 1;$
Es decir que *n-1* debe ser múltiplo de 2,3,4,5,6,7,8,9 y 10 y el menor de ellos, por eso debemos calcular el *mcm.(mínimo común múltiplo)*
n-1= mcm (2,3,4,5,6,7,8,9,10)=2520;   *mcm* (2,3,4,5,6,7,8,9,10) + 1 = 2.521.
Respuesta: el número *n* de ovejas es 2.521.

8) *Imaginemos un cordel que envuelve como un cinturón ajustado la Tierra a lo largo de la línea del Ecuador. Añadámosle uno al cordel. Cuán flojo queda ahora? La intuición indicaría que la holgura que se obtiene es pequeñísima, ya que lo agregado representa muy poco respecto a la circunferencia de la Tierra. Más inquietante es pensar que si ajustamos un cordel alrededor de un pomelo, y le agregamos luego uno, la holgura que se consigue para el pomelo es exactamente la misma que para la Tierra. ¿Será cierto?*

Solución: Un sencillo cálculo confirma esta situación sorprendente, la holgura en ambos casos es la misma.
Siendo *R* el radio de la esfera (la Tierra o el pomelo), el cordel ajustado mide $2\pi R$. Cuando le agregamos uno, el cordel pasa a medir $2\pi R + 1$ que es la longitud de la nueva circunferencia o sea $2\pi R'$

El radio que tiene esta nueva circunferencia, *R'* será $R' = \dfrac{2\pi R + 1}{2\pi}$. La diferencia de radios nos da la holgura que es: $R' - R = \left(R + \dfrac{1}{2\pi}\right) - R = \dfrac{1}{2\pi} = 0{,}1591549...$ en los dos casos. ¿Decía esto su intuición?
¿Dónde está el problema?
En realidad en ambos casos la respuesta numérica es la misma pero no se ha considerado las unidades en las que se mide el radio; para el caso de la Tierra kilómetros y para el caso del pomelo centímetros.

9) *En una estancia dedicada a la cría de ganado vacuno hay 4.000 animales. El estanciero vende un cierto número de ellos. De los que quedan sabemos que el 63,636363...% es de raza Aberdeen Angus y que el 92,2297297297...% está en perfecto estado de salud. ¿Cuántos animales se vendieron?*
Sugerencia: expresar los números decimales como fracción.
Solución:
Como 63,63636363...=700/11, el 700/11 % de los que quedan son de raza Aberdeen Angus. Si *N* es el número de los que quedan, $\dfrac{700}{11}.\dfrac{1}{100}N = \dfrac{7N}{11}$. Por tanto *N* debe ser múltiplo de 11.

Igualmente como, 92,2297297...=6.825/74 entonces: $\dfrac{6825}{74}.\dfrac{1}{100}N = \dfrac{273N}{296}$ no tienen problemas de salud. Por tanto *N* también debe ser múltiplo de 296.
Así *N* es múltiplo de 296 .11=3.256. Pero sólo había 4.000 animales, por lo que *N*=3.256.
Respuesta: se han vendido $4.000 - 3.256 = 744$ animales.

10) *Un agricultor tenía algunas hectáreas de tierra. Un tercio lo destinaba al cultivo de soja, un cuarto al cultivo de trigo, un quinto al cultivo de cebada, y en las 260 hectáreas restantes cultivaba maíz. ¿Cuántas hectáreas tenía en total?*

Solución:
1/3 +1/4 +1/5 = 20/60 +15/60 + 12/60 = 47/60. Esto deja 13/60 para el cultivo de maíz. Por consiguiente, 13/60 de la tierra es 260, y como 260/13=20=1/60.Así que la tierra tiene 1200 Ha. *Verificación:* un tercio de 1200 es 400, que es para soja; un cuarto de 1200 es 300, que es para trigo; y un quinto de 1200 es 240, que es para cebada. 400+300+240=940, y quedan 260 hectáreas para el maíz.

11) *Karina es una corredora que mantiene el ritmo en las carreras de 60 pasos para recorrer 100 m en terreno plano y 80 pasos por cada 100 m en terreno irregular.*
En una carrera ella hace 600 pasos, donde la cuarta parte de la trayectoria es en terreno plano y las tres cuartas partes restantes en terreno irregular. Determina la longitud en metros de la carrera.

Solución:
Sea x : la longitud (distancia) de la carrera en metros.
En la carrera Karina hace $\frac{x}{4}m$ en terreno plano y $\frac{3x}{4}m$ en terreno irregular.
Además sabemos que el número de pasos que hace la corredora en terreno plano + número de pasos en terrero irregular es de 600.
Si cada100 *m* hace 60 pasos; en 1 *m* hace $\frac{60}{100}$ pasos.
Si cada100 *m* hace 80 pasos; en 1 *m* hace $\frac{80}{100}$ pasos.
Por lo tanto la ecuación a resolver es: $\frac{60}{100}\cdot\frac{x}{4}+\frac{80}{100}\cdot\frac{3x}{4}=600$.
$6x+24x=40\cdot 600 \; entonces \quad x=800$

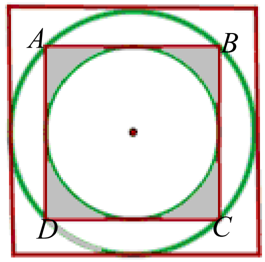
Respuesta: la longitud de la carrera es de 800 metros.

12) *¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj cuando marca las tres horas y veinticuatro minutos?¿Cuántos grados mide?*

Solución:
Encontremos primero qué ángulo, de cuántos grados, recorre la aguja pequeña (la que señala la hora).
En 1 hora: $\frac{360}{12}=30^{o}$.
En 3 horas $3\cdot 30^{o}=90^{o}$.
En 24 minutos recorre $\frac{24}{60}\cdot 30^{o}=12^{o}$ en total, la aguja pequeña recorre un ángulo de 90º más un ángulo de 12º, es decir :102^{o} .
La grande (la que señala los minutos) en un minuto recorre 360/60=6º
En 24 minutos $24\cdot 6^{o}=144^{o}$.
El ángulo que forman las dos agujas se obtiene haciendo la diferencia: $144^{o}-102^{o}=42^{o}$.
Respuesta: Cuando son las 3:24, el ángulo que forman las agujas es agudo, mide 42º.

13) *En un cuadrado de 2 cm de lado se inscribe una circunferencia y en esta circunferencia un cuadrado y en éste, otra circunferencia. Encuentre el área comprendida entre el último cuadrado y la última circunferencia.*

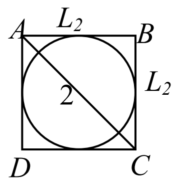
Solución:



En primer lugar ilustramos el problema; observamos que el área pedida que llamaremos *A*, se puede obtener haciendo la diferencia entre el área del segundo cuadrado y la circunferencia inscripta en él.
En segundo lugar damos nombres a las variables y establecemos relaciones entre los datos y las variables.
R_1 radio de la circunferencia mayor. R_2 radio de la segunda circunferencia.
$L_1 = 2cm =$ lado del cuadrado mayor. L_2 lado del segundo cuadrado.
$lado\ cuadrado\ mayor = 2R_1$. $L_1 = 2R_1$.
$Diámetro = Diagonal\ del\ segundo\ cuadrado$.
$Diámetro = 2R_1 = 2$.
Aplicando Teorema de Pitágoras al triángulo *ABC* formado en el segundo cuadrado obtenemos:
$2^2 = L_2^2 + L_2^2 = 2L_2^2$. Entonces $L_2 = \sqrt{2}$.

$R_2 = \dfrac{L_2}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. $\quad$ $Area\ segundo\ cuadrado = \left(\sqrt{2}\right)^2 = 2\ cm.$

$Area\ segunda\ circunf. = \pi\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1{,}57\ cm^2.$



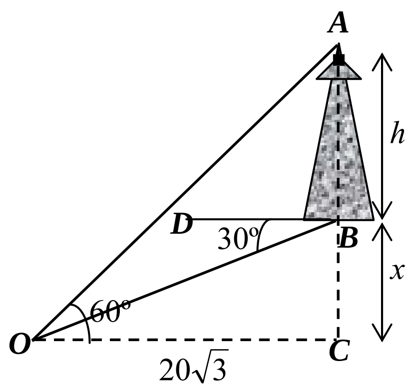
Respuesta: El área pedida $A = 2 - 1{,}57 = 0{,}43cm^2$.

14) *Un panadero necesita una cierta cantidad de harina; consigue una parte en oferta a \$45 la bolsa, pero no alcanza a cubrir sus necesidades, por lo que decide comprar otras bolsas al precio de \$60 cada una. Gasta en total \$1.380; las bolsas en oferta son doce más que las otras.*
Determinar cuántas bolsas compró de cada clase.

Solución:
En primer lugar interpreto el problema, doy nombre a las variables y escribo en lenguaje algebraico las relaciones entre las variables.
x : cantidad de bolsas de harina en oferta que compra.
y : cantidad de bolsas de harina de otro precio que compra el panadero.
Relación que expresa el gasto total con la cantidad de bolsas de cada tipo: $45x + 60y = 1.380$
Relación entre las cantidades de bolsas de cada tipo: $x = 12 + y$.
Por lo tanto el problema se soluciona si resuelvo el sistema $\begin{cases} 45x + 60y = 1380 \\ x = 12 + y \end{cases}$
Reemplazando la segunda ecuación en la primera se obtiene $y = 8$.
Luego $x = 12 + 8 = 20$.
Respuesta: El panadero compra 20 bolsas a precio de oferta y 8 bolsas de otro precio.

15) *Una avenida recta que conduce a una torre tiene una inclinación de 30º respecto de la horizontal. Desde un punto situado a* $20\sqrt{3}\,m$ *de la base de la torre, se observa la parte superior de esta con un ángulo de elevación de 60º.*
Determina la altura de la torre.

Solución:
En primer lugar interpreto el problema y uso la figura auxiliar.



Pongo nombres a los vértices de los triángulos que se forman y a las variables.
Busco razones trigonométricas que relacionen datos con variables.
Si considero el triángulo rectángulo *ACO*

$$tg\ 60^o = \frac{x+h}{20\sqrt{3}}\ \textit{entonces despejando } h : 20\sqrt{3}\cdot tg\ 60^o - x = h\ (*)$$

Considero el triángulo rectángulo *BCO.* Teniendo en cuenta que el ángulo de depresión *DBO* es igual al ángulo de elevación *BOC*, $B\hat{O}C = 30^o$.

$$tg\ 30^o = \frac{x}{20\sqrt{3}}\ \textit{entonces despejando } x:\ 20\sqrt{3}\cdot tg\ 30^o = x$$

$$x = 20\sqrt{3}\cdot tg\ 30^o = 20\sqrt{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}} = 20,\ \textit{reemplazo en } (*)\ h = 20\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} - 20 = 40$$

Respuesta: la altura *h* de la torre es de 40 metros.

16) *Sea el polinomio* $P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 + ax - b$ *determinar las constantes a y b de modo que al dividir P(x) por* $(x-2)$ *el resto sea cero, y además P(x) sea divisible por* $(x+2)$.

Solución:
Del primer dato se obtiene que 2 es raíz de *P(x),* por lo tanto al evaluarlo en 2, debe dar cero.

$0 = P(2) = 2^4 + 2.2^3 - 3.2^2 + a2 - b = 20 + 2a - b = 0$ (I)

Del segundo dato, -2 es raíz ya que $(x+2)$ divide al polinomio por lo tanto al evaluarlo en -2 debe dar cero.

$P(-2) = (-2)^4 + 2.(-2)^3 - 3.(-2)^2 + a(-2) - b = -12 - 2a - b = 0$ (II).

Resolviendo el sistema formado por las ecuaciones (I) y (II)

$$\begin{cases} 20 + 2a - b = 0 \\ -12 - 2a - b = 0 \end{cases} \quad \text{se obtiene: } a = -8;\ b = 4.$$

Respuesta: $P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 8x - 4$

17) *Al dividir un polinomio por* $(x+1)$ *se obtiene resto 5, y al dividirlo por* $(x-2)$ *el resto que se obtiene es –1. ¿Qué resto se obtendrá al dividir el mismo polinomio por* $(x+1)(x-2)$*?*

Solución:
Sabemos que si $(x+1)(x-2)$ es divisor de un polinomio *P(x),* se puede escribir

$P(x) = (x+1)(x-2)\,C(x) + r(x)$, con $C(x) = \textit{cociente}$; $r(x) = \textit{resto}$

Observamos que el divisor tiene grado 2, por lo tanto el resto tendrá grado uno o será una constante, (propiedad de la división).
Es decir el resto adoptaría como forma general $ax + b$

$$P(x) = (x+1)(x-2)\,C(x) + (ax+b)$$

Ahora usamos las otras condiciones del problema:
Al dividir un polinomio por $(x+1)$ se obtiene resto 5, equivale a que $P(-1) = 5$.
Al dividir un polinomio por $(x-2)$ se obtiene resto -1, equivale a que $P(2) = -1$.
Evaluamos *P* en -1 y en 2.

$P(-1) = (-1+1)(-1-2)\,C(-1) + (a(-1)+b) = 5$, entonces $-a + b = 5$

$P(2) = (2+1)(2-2)\,C(2) + (a2+b) = -1$, entonces $2a + b = -1$

Resolvemos el sistema lineal

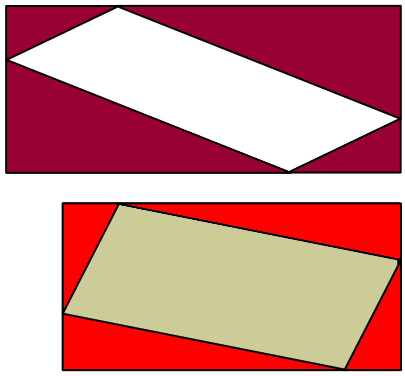
$\begin{cases} -a+b=5 \\ 2a+b=-1 \end{cases}$ y obtenemos $a=-2 \quad b=3$.

Por lo tanto el resto buscado es: $r(x)=-2x+3$.

Respuesta: Al dividir el polinomio *P(x)* mencionado en el enunciado por $(x+1)(x-2)$ se obtiene como resto $r(x)=-2x+3$.

18) *Dentro de un rectángulo de 30 cm de base por 20 cm de altura se construyen cuadriláteros, tomando como vértices puntos que se encuentran a la misma distancia hacia la derecha de cada vértice del rectángulo. Como en los dibujos siguientes.*

¿Cuál será el cuadrilátero de menor área que se pueda construir?

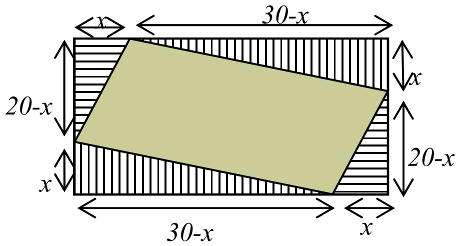


Solución:

Llamo *x* a la variable que es la distancia de los vértices del rectángulo a los vértices del cuadrilátero. Para calcular el área del cuadrilátero interior al rectángulo, podemos calcular el área del rectángulo y restarle el área de los cuatro triángulos rectángulos. En el dibujo, dos sombreados con rayas verticales y dos con rayas horizontales.

$$A(x)=30.20-2.\frac{x(30-x)}{2}-2\frac{x(20-x)}{2}$$

$$A(x)=600-50x+2x^2$$



Función cuadrática, donde *x* por los datos del problema, varía entre 0 y 20.

La gráfica de la función área es una parábola con ramas hacia arriba, por lo tanto el mínimo se alcanzará en el vértice de la parábola.

Haciendo los cálculos se obtiene que la absisa del vértice es 12,5. El valor del área se obtiene evaluando la función en 12,5.

$$A(12{,}5)=600-50(12{,}5)+2(12{,}5)^2=287{,}5$$

Es decir las coordenadas del vértice son (12,5;287,5).

Respuesta al problema: el cuadrilátero de menor área que se puede construir es de 287,5 cm^2.

La gráfica de la parábola $A(x)=600-50x+2x^2$ es la siguiente: